





# Introduction à la diffusion dans les solides nanoporeux

# Approche macroscopique et limites.

## Jean Pierre Bellat

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne ICB UMR 6303 CNRS

Université de Bourgogne

9 A. Savary BP 47870 21078 Dijon Cedex



**Adsorption sur Solides Poreux** 



J.P. Bellat - ICB UMR 6303



# INTRODUCTION



# Pourquoi étudier la diffusion ?

#### Applications des solides poreux : catalyse hétérogène et séparation





Phénomènes de transports de matière dans les pores vers

les sites catalytiques et/ou d'adsorption

(diffusion intracristalline et intercristalline)





Figure II.1 : les niveaux de porosité du lit et les résistances au transfert de masse et de chaleur associées

E. Jolimaitre, Etude et modélisation du transfert de matière dans les zéolithes MFI. Application à la séparation des hydrocarbures saturés mono- et di-branchés, Thèse Université Lyon 1999.

J.P. Bellat - ICB UMR 6303





Raison économique : procédés rapides (time is money)

**Raisons Fondamentales :** 

- comprendre les phénomènes de transport (coefficients de diffusion, chemins de diffusion, résistances aux transferts de matière...)

- optimiser la porosité (connectivité), la morphologie, la mise en forme pour améliorer la diffusion ou la rendre plus sélective...

Focaliser sur la diffusion intracristalline dans les nanopores du matériau (configurational diffusion)



# **TECHNIQUES EXPERIMENTALES**





#### Historique des diverses techniques expérimentales





# Domaine de coefficient de diffusion mesurable



D. Schuring, Diffusion in zeolite: a microscopic understanding. PhD Thesis, Technische Universiteit, Eindhoven, (2002).



## Principe des techniques macroscopiques : ATG, Manometry, ZLC...

Principe de l'approche transitoire : suivi de l'évolution temporelle du système gaz / adsorbant initialement hors équilibre vers l'état d'équilibre.





Mesure de la quantité adsorbée en fonction de t ou profil de concentration de l'adsorbat en fonction de t à température constante.



Résolution de la seconde loi de Fick pour accéder à D :

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{D}(\mathbf{div}(\mathbf{gradC}) = \mathbf{D}\frac{\partial^2 \mathbf{C}}{\partial \mathbf{x}^2}$$

D = coefficient de diffusion (m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>)

Adolf Fick, 1829-1901

- par méthode analytique
- par méthode numérique (différences finies, éléments finis)

Importance des conditions initiales et aux limites sur le choix de la technique et de la procédure expérimentale.



## Influence de la taille des pores sur le mode de diffusion

d : diamètre du pore

 $\lambda$  : libre parcours moyen







Diffusion de surface (diffusion par sauts dans des micropores)



#### Effet de la taille du pore sur le coefficient de diffusion D et l'énergie d'actication E<sub>a</sub>

DIFFUSION: 373 K, 1 bar



D.M. Ruthven and M.F.M. Post, Introduction to zeolites Science and Practice, Studies in Surface Science and Catalysis 137 (2001) 525 Elsevier.

# **ASPECT THEORIQUE**

# DEFINITION DES GRANDEURS CARACTERISTIQUES DE DIFFUSION





# Définitions – Qu'entend-on par coefficient de diffusion ?



D<sub>T</sub> : coefficient de diffusion ou de transport (transport diffusion) ou de transfert de masse



### Système à l'équilibre thermodynamique : $C_1 = C_2$

Molécules identiques marquées en rouge et en bleue



Agitation des molécules par mouvement Brownien

Possibilité de définir deux flux de molécules : J<sub>R</sub> et J<sub>B</sub>

A l'équilibre le flux total est nul :  $J = J_R + J_B = 0$ 

$$\mathbf{J}_{\mathbf{R}} = -\mathbf{D}_{\mathbf{R}} \frac{\partial \mathbf{C}_{\mathbf{R}}}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{D}_{\mathbf{S}} \nabla \mathbf{C}_{\mathbf{R}}$$

**D**<sub>s</sub> = coefficient d'autodiffusion (self diffusion coefficient)



**Remarques :** 

- A dilution infinie D<sub>T</sub> = D<sub>S</sub>

Assez restrictif car souvent  $D_T \neq D_s$  même à faible remplissage des micropores

- Relation d'Einstein : milieu isotrope

1 dimension: 
$$\langle \mathbf{x}^{2}(\mathbf{t}) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}^{2} \frac{\mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{x}^{2}}{4\mathbf{D}_{s}\mathbf{t}}}}{\sqrt{4\pi\mathbf{D}_{s}\mathbf{t}}} \mathbf{d}\mathbf{x} = 2\mathbf{D}_{s}\mathbf{t}$$
  
3 dimensions:  $\langle \mathbf{r}^{2}(\mathbf{t}) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{r}^{2} \frac{\mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{r}^{2}}{4\mathbf{D}_{s}\mathbf{t}}}}{(4\pi\mathbf{D}_{s}\mathbf{t})^{3/2}} \mathbf{d}\mathbf{r} = 6\mathbf{D}_{s}\mathbf{t}$ 

Méthode du déplacement carré moyen (mean square displacement) utilisée en dynamique moléculaire :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{S}} = \lim_{\mathbf{t} \to \infty} \frac{\left\langle \mathbf{r(t)} - \mathbf{r(0)} \right\rangle^2}{6\mathbf{t}}$$

J. Kärger and D.M. Ruthven, Diffusion in Zeolites and Other Microporous Solids, 1992, J. Wiley & Sons, New York.



# Force motrice diffusante : le gradient de potentiel chimique

Si la diffusion résulte de l'évolution d'un système hors équilibre, la force motrice est plus le gradient de potentiel chimique que le gradient de concentration.

Einstein : relation entre gradient de potentiel chimique et forces de friction

$$\begin{aligned} fv^{a} &= -\frac{d\mu^{a}}{dx} & \text{avec } f \text{ le coefficient } de \text{ friction } et v^{a} \text{ la vitesse } des \text{ molécules } adsorbées \\ J &= C^{a}v^{a} & \mu^{a} &= \mu^{g} = \mu^{g^{\circ}} + RTLn\frac{p}{p^{\circ}} \\ d\mu^{a} &= RTdLnp & et & dLnC^{a} = \frac{dC^{a}}{C^{a}} \\ J &= -\frac{RT}{f}\frac{dLnp}{dLnC^{a}}\frac{dC}{dx} & D_{o} = \frac{RT}{f} \\ J &= -D_{T}\frac{dC^{a}}{dx} & D_{T} = \frac{RT}{f}\frac{dLnp}{dLnC^{a}} = D_{o}\Gamma \\ \end{bmatrix}$$

D<sub>o</sub> = coefficient de transport corrigé du facteur thermodynamique Γ. Il est relié à la mobilité des molécules dans les micropores.



#### Détermination du facteur thermodynamique $\Gamma$

Directement sur l'isotherme d'adsorption



Remarque : Thermodynamique irréversible et formalisme de Onsager

Onsager : 
$$J = -LC^{a} \frac{d\mu^{a}}{dx}$$
  
 $J = -LC^{a} \frac{d\mu^{a}}{dC^{a}} \frac{dC^{a}}{dx}$   
 $J = -LRT \frac{dLnp}{dLnC^{a}} \frac{dC^{a}}{dx}$   
Fick :  $J = -D_{T} \frac{dC^{a}}{dx}$   
 $D_{T} = LRT \frac{dLnp}{dLnC^{a}} = D_{o} \frac{dLnp}{dLnC^{a}} = \frac{RT}{f} \frac{dLnp}{dLnC^{a}}$   
 $L = \frac{1}{f}$  (mobilité en mol.m<sup>-2</sup>.J<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>)



# Relation entre $D_T$ , $D_o$ et $D_s$ ?

Relation proposée par Krishna dans le formalisme de Stefan – Maxwell.



R. Krishna and J.A. Wesselingh, Chem. Eng. Sci. 6 (1997) 861 - 911



A faible remplissage, domaine de la loi de Henry :  $\theta \rightarrow 0$  ,  $C^a \rightarrow 0$  quand  $p \rightarrow 0$ 



$$D_T = D_o = D_S = D_{SMV}$$

A dilution infinie (faible remplissage)



# EXEMPLES DE MESURES DE COEFFICIENTS DE DIFFUSION SELON DIVERSES TECHNIQUES



J.P. Bellat - ICB UMR 6303

## ATG en système ouvert : diffusion des xylènes dans les zéolithes FAU



**Zéolithe FAU** 

#### Thermogravimétrie sous pression de vapeur saturante constante





#### Détermination du coefficient de diffusion



Cristal homogène de symétrie sphérique et  $D_T$  indépendant de r

$$\frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial t} = \mathbf{D}_{\mathsf{T}} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial r} \right)$$

 $\underline{CI}: t = 0 \qquad C^{a}(r,0) = C^{a}i$ 

 $\underline{CL}: t > 0 \qquad C^g = cte$  $r = r_c \qquad C^a(r_c,t) = C_0^a = cte$ 

(équilibre instantané, fixé par l'isotherme)

$$\mathbf{r} = \mathbf{0} \qquad \left(\frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial \mathbf{r}}\right)_{\mathbf{r} = \mathbf{0}} = \mathbf{0}$$

$$\alpha = \frac{C^{a}(t) - C_{i}^{a}}{C^{a}(\infty) - C_{i}^{a}} = 1 - \frac{6}{\pi^{2}} \sum_{1}^{\infty} e^{-\frac{n^{2}\pi^{2}D_{\tau}}{r_{c}^{e}}t}$$

 $\alpha$  est le taux d'avancement de la réaction d'adsorption

J. Crank, The Mathematics of Diffusion, 1973, Clarendon Press Oxford UK.

Solution approchée au temps court ( $\alpha < 0,3$ ) :

$$\alpha = \frac{6}{r_c \sqrt{\pi}} D_T^{1/2} \sqrt{t} = k \sqrt{t}$$



#### Solution approchée au temps long ( $\alpha > 0,7$ ):



#### Résultats obtenus aux temps longs ( $\alpha > 0,7$ )



V. Cottier, Coadsorption sélective en phase gazeuse par les zéolithes. Données expérimentales d'équilibre du système p-xylène / m-xylène – faujasite BaY ou NaY et modélisations. Thèse de Doctorat 1996 Université de Bourgogne Dijon.



#### Coefficients de diffusion corrigé du p-xylène et du m-xylène purs ou en mélange

T = 423 K



# Manométrie en système fermé : diffusion des n-iso-paraffines en C6 dans la silicalite-1



Structure microporeuse MFI







E. Lemaire, A. Decrette, J.-P. Bellat, J.-M. Simon, A. Methivier, E. Jolimaitre, Adsorption and diffusion of linear and dibranched C6 paraffins in a ZSM-5 zeolite. Studies in Surface Science and Catalysis 142B (2002) 1571-1578.

J.P. Bellat - ICB UMR 6303



#### Manométrie isotherme en système fermé



Bilan de matière sur la phase gazeuse : n<sup>a</sup>(t) = [p<sub>i</sub>-p(t)]V/RT





#### Détermination du coefficient de diffusion



Cristal homogène de symétrie sphérique et  $D_T$  indépendant de r

$$\frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial t} = \mathbf{D}_{\mathsf{T}} \left( \frac{\partial^{2} \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial r^{2}} + \frac{2}{r} \frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial r} \right)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{C^a(t) - C_i^a}{C_f^a - C_i^a} = 1 - 6K(K+1)\sum_{1}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\beta_n^2 D_{_T}}{r_c^2}t}}{9(K+1) + \beta_n^2 K^2} \\ K &= \frac{(C_f^g - C_i^g)V^{gaz}}{(C_f^a - C_i^a)V^{adsorbant}} \qquad \beta \text{ est la n}^{i\acute{e}me} \text{ racine positive de}: \quad tg(\beta) = \frac{3\beta}{3 + K\beta^2} \end{aligned}$$

J. Crank, The Mathematics of Diffusion, 1973, Clarendon Press Oxford UK.

J.P. Bellat - ICB UMR 6303



Solution approchée au temps court ( $\alpha < 0,3$ ) :

$$\alpha = \frac{6(K+1)}{r_c K \sqrt{\pi}} \sqrt{D_T t} = k \sqrt{t}$$

Diffusion HEX / ZSM-5 à 75°C  $0 < N^a < 0,584$  molec.maille<sup>-1</sup> Taux d'avancement α 0,5 0,4  $D_{\text{Fick}} = 8,6 \ 10^{-19} \ \text{m}^2.\text{s}^{-1}$ 0,3 0,2 **Domaine "temps court"** 0,1 0 2 3 4 0 5  $t^{1/2} / s^{1/2}$ 

J.P. Bellat - ICB UMR 6303



Solution approchée au temps long ( $\alpha > 0,7$ ):

$$Ln(1-\alpha) = Ln\left[\frac{6K(K+1)}{9(K+1) + \beta_1^2K^2}\right] - \frac{\beta_1^2}{r_c^2}D_T t = k' - kt$$



J.P. Bellat - ICB UMR 6303



Diffusion HEX / ZSM-5 à 75°C  $0 < N^a < 0,584$  molec.maille<sup>-1</sup>





#### Méthode numérique par différences finies

Seconde loi de Fick en symétrie sphérique

gaz  

$$r_c \rightarrow r$$
  $\frac{\partial C^a}{\partial t} = D_T \left[ \frac{\partial^2 C^a}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C^a}{\partial r} \right]$  (D<sub>T constant et isotrope</sub>)

Résolution numérique par différence finies



1000 couches sphériques e = 1 nm

**1** seule condition aux limites :

équilibre d'adsorption instantané à la surface du grain fixé par l'isotherme d'adsorption





Meilleure précision sur D<sub>Fick</sub>



#### Coefficient de diffusion en fonction du remplissage



$$D_T = D_o \frac{dLnp}{dLnC^a}$$



	HEX	2MP	22DMB
D <sub>o</sub> / m².s <sup>-1</sup>	2.10 <sup>-16</sup>	1.10 <sup>-14</sup>	1,6.10 <sup>-18</sup>
	2M	P > HEX > 22	DMB

E. Lemaire, Adsorption sélective et diffusion de paraffines linéaires et branchées en C6 sur la zéolithe ZSM-5. Influence de la transition de phase monoclinique-orthorhombique du matériau poreux sur le processus d'adsorption. Thèse de Doctorat 2004 Université de Bourgogne Dijon.



# Sur le rôle de la surface externe ?

Diffusion des n-iso-C6 dans la silicalite-1 par manométrie comparée à DM

Manométrie à 75°C

	HEX	2MP	22DMB
D <sub>o</sub> / m².s <sup>-1</sup>	<b>2.10</b> <sup>-16</sup>	1.10 <sup>-14</sup>	1,6.10 <sup>-18</sup>

 $D_{2MP} > D_{HEX} > D_{22DMB}$ 

**D**<sub>TNEMD</sub> > **D**<sub>Mano</sub>

#### TNEMD à 75°C

	HEX	2MP
D <sub>TNEMD</sub> / m².s <sup>-1</sup>	2.10 <sup>-9</sup>	0.15.10 <sup>-9</sup>

 $D_{HEX} > D_{2MP}$ 







# Manométrie en système fermé : diffusion du toluène dans les zéolithes



A l'équilibre Capacité d'adsorption des COVs



Vitesse d'adsorption des COVs



De la poudre à la pastille



#### Effet de la présence d'un gaz inerte (N<sub>2</sub>)



Du toluène pur à l'air pollué par le toluène



#### Manométrie d'adsorption de gaz Suivi de la diminution de pression au cours du temps en système fermé





#### Paramètres expérimentaux optimisés :

Masse de zéolithe : m = 0,3 g environ
Activation zéolithe : T<sub>act</sub> = 300°C sous vide (≈ 6h)
Expérience :- Introduction dans V<sub>R</sub> : P<sub>TOLUENE</sub> = 5 hPa. Complément ou non avec N<sub>2</sub> (ou He), P<sub>totale</sub> = 987 hPa.
- Détente du mélange gazeux dans V<sub>c</sub>, mesure de la pression au cours du temps.
Température d'adsorption : 25°C



#### Effet de la mise en forme sur la capacité d'adsorption



Isotherme d'adsorption mesurée par thermogravimétrie McBain

Capacité d'adsorption plus faible que celle attendue du fait de la présence de liant : perte de capacité de 1 à 2 %.

Une partie de la porosité est rendue inaccessible après pastillage (très faible perte cependant).



#### Vitesse d'adsorption du toluène sur NaX à 25°C



La présence de gaz inerte ralentit la cinétique d'adsorption du toluène. (Résistance au transfert créée par un film d'azote entourant les grains).

La mise en forme ralentit la cinétique d'adsorption du toluène.

(Diffusion intercristalline réduite)





J.P. Bellat - ICB UMR 6303



Coefficients de transport (D) du toluène dans la zéolithe NaX (1C) pulvérulente ou mise en forme à 25 °C et en présence ou non de gaz inerte.



Etape limitante : transfert du toluène au travers du film d'azote entourant les grains de zéolithe.



# **Technique chromatographique Zero Length Column : ZLC**



M. Eic and D.M. Ruthven, A new experimental technique for measurement of intracrystalline diffusivity, Zeolites, 8, 40, 1988.



#### Principe de la méthode ZLC :



Suivi au cours du temps de la quantité de gaz désorbée.







Aspect théorique :

$$\frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{D}_{\mathsf{T}} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{2}{\mathbf{r}} \frac{\partial \mathbf{C}^{\mathbf{a}}}{\partial \mathbf{r}} \right)$$

CL: t > 0 
$$C^{g}(t) = 0$$
  
r = 0  $\left(\frac{\partial C^{a}}{\partial r}\right)_{r=0} = 0$ 

$$\frac{C^g(t)}{C_i^g} = 2L\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\beta_n^2 + L(L-1))} exp(-\frac{\beta_n^2 D}{r_c^2}t)$$

 $\beta$  est la n<sup>iéme</sup> racine positive de :  $\beta_n cotg(\beta_n) + L - 1 = 0$ 

$$L = \frac{\varepsilon v r_c^2}{3(1-\varepsilon) K_H z D}$$

ε = porosité du lit d'adsorbant

- z = épaisseur du lit d'adsorbant
- v = vitesse du gaz vecteur



Approximation aux temps long :

Petite vitesse de gaz v<sub>1</sub> :

Grande vitesse de gaz v<sub>2</sub> :

$$Ln\frac{C}{C_{o}} = \frac{-\epsilon v_{1}t}{(1-\epsilon)Kz} = S_{1}t \qquad \qquad Ln\frac{C}{C_{o}} = Ln\frac{2L_{2}}{\beta_{1}^{2} + L_{2}(L_{2}-1)} - \beta_{1}^{2}\frac{D_{T}}{r_{c}^{2}}t = I_{2} + S_{2}t$$



$$\frac{D_{T}}{r_{c}^{2}} = \frac{-S_{1}}{\frac{v_{1}}{v_{2}} \left(3 + 6\exp(-I_{2}) - 9\frac{v_{1}}{v_{2}}\frac{S_{2}}{S_{1}}\right)}$$



#### Exemple d'application ZLC : diffusion du n-hexane dans la silicalite-1



J.P. Bellat - ICB UMR 6303



#### **Comparaison manométrie et ZLC**



#### **Résultats comparables**

 $D_{2MP} > D_{HEX}$ 



## **Spectroscopie FTIR in situ en transmission**



W. Niessen, Untersuchungen zur Diffusion und Gegendiffusion in Zeolithen mit Hilfe des FTIR-Spectroskopie, PhD Thesis University of Berlin, Germany 1991.



Principe : suivi temporel de l'évolution des bandes d'absorption IR des molécules adsorbées





#### Exemple : diffusion du p-xylène dans H-ZSM5



W. Niessen and H.G. Karge, Microporous Materials 1 (1993) 1-8







# Microscopie d'interférence IFM et microscopie infrarouge IRM

Visualiser en temps réel les profils de concentration en adsorbat dans un cristal !

IFM

Variation de l'indicederéfractionoptique n au coursdu remplissage quicrée un déphasageΔφ entre les deuxfaisceaux lumineux.



C. Chmelik and J. Kärger, Imaging of transient guest profiles in nanoporous host materials: a new experimental technique to study intracrystalline diffusion. Adsorption 16 (2010) 515–523.





#### Mesure de l'absorbance IR qui dépend du remplissage



#### Profil de concentration de l'éthanol dans un cristal de ferriérite





# Profil de concentration du méthanol adsorbé dans la ferriérite déterminés par IFM (298 K, p varie de 0 à 5 mbar)





# Mesure de perméation de gaz par manométrie

#### Adaptée pour des mesures sur échantillon massif



Mesure directe au flux de gaz traversant la membrane en suivant la diminution de pression dans le compartiment C1 au cours du temps (système fermé à T et V constants).

S. Lequin et al., Diffusion of Oxygen in Cork, J. Agric. Food Chem. 60 (2012) 3348–3356.





J.P. Bellat - ICB UMR 6303



#### Concentration du gaz en fonction du temps

Profil de concentration dans la membrane





Distribution statistique du coefficient de diffusion de l'oxygène au travers du liège naturel.

T = 25°C





Remarque : pour un matériau hétérogène le coefficient de diffusion mesuré sur la membrane n'est pas représentatif de celui du matériau entier.





# LIMITES DE L'APPROCHE MACROSCOPIQUE ?





#### Comparaison de D mesuré par approche microscopique et macroscopique



H. Jobic and A. Methivier, Intracrystalline Diffusion in Zeolites Studied by Neutron Scattering Techniques. Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP, Vol. 60(5) (2005) 815-830.



Raisons évoquées pour expliquer les différences entre approches microscopique et macroscopique :

- Défauts cristallins (grande quantité de solides étudié donc grande quantité de défauts pris en compte)
- Hétérogénéité du matériau
- Echantillons de composition chimique différente (Si/Al)
- Résistances aux transferts de matières à la surface externe des grains
- Résistance aux transferts de matières aux interfaces dans les cristallites (grains polycristallins, joints de grains, macles...)
- Technique : déplacement moléculaire sondé (PFG-NMR > QENS)

Limite de l'approche macroscopique : vitesse du processus (pas trop rapide)



# **CONCLUSIONS**





Approche macroscopique de la diffusion dans les solides nanoporeux

Que mesure-t-on ?

Coefficient de transport du gaz vers les sites d'adsorption dans les nanopores.

Est-ce représentatif de la diffusion dans les pores ? Non

Prise en compte de la surface externe et des défauts cristallins et....

Est-ce suffisant ? Non.

Se tourner vers des approches microscopiques pour accéder au véritable coefficient de diffusion dans les nanopores (QENS, PFG-NMR, MD...).

**Est-ce inutile ? Certainement pas.** 

L'approche macroscopique permet d'accéder à la cinétique globale du processus de transfert en prenant compte des diverses résistances au transfert, proche de la réalité.



# Merci de votre attention

# **Questions**?

J.P. Bellat - ICB UMR 6303

